

주택시장과 주식시장의 동적 네트워크 구조 비교

- 시가총액 상위 자산을 중심으로 -

A Comparison of the Dynamic Topological Structure between the Housing Market
and the Equity Market

- Focused on Assets with Large Market Capitalization -

이 강 용* · 이 종 아** · 정 준 호***

Lee, Kang Yong · Lee, Jong Ah · Jeong, Jun Ho

目 次

I. 서론

1. 연구배경 및 목적
2. 연구방법 및 범위

II. 이론 고찰

1. 이론적 배경
2. 선행연구

III. 분석 설계

1. 분석자료
2. 분석방법

IV. 분석결과 및 해석

V. 결론 및 시사점

<abstract>

<참고문헌>

ABSTRACT

1. CONTENTS

(1) RESEARCH OBJECTIVES

This paper compares the dynamic topological structure between the apartment market and the equity market to understand clearly the characteristics of correlation in apartment market.

(2) RESEARCH METHOD

The method of minimal spanning tree was applied to analyze the topological structure of the apartment market and the equity market. Statistical programs of "R" and UCINET were used in the analysis.

(3) RESEARCH FINDINGS

The research finds that correlation structure changes along with time flow and market condition.

* 주 저 자 : 강원대학교 부동산학과, 박사과정 수료, luckykylee@gmail.com

** 공동저자 : KB금융지주, 선임연구위원, 부동산학박사, jongah01@hanmail.net

*** 교신저자 : 강원대학교 부동산학과, 부교수, D.Phil., jhj33@kangwon.ac.kr

▷ 접수일(2015년 3월 11일), 수정일(1차: 2015년 4월 13일, 2차: 2015년 4월 25일, 3차: 2015년 5월 9일), 게재확정일(2015년 5월 20일)

It is during the period of housing boom when the phenomenon of correlation breakdown is observed in case of apartment market. However, when it comes to the equity market, it is during the market collapse period that the same phenomenon is observed. This is the major difference between the apartment market and the equity market.

2. RESULTS

The findings could be attributed to the fact that the apartment market has the investment properties of downward rigidity or middle risk-middle return. The reason can be understood in following aspects. Firstly in terms of exchange value, apartment market lacks liquidity when price collapses. Secondly in terms of utility value, apartments possess real-asset characteristics. Thirdly in psychological aspect, apartments are perceived as a safe asset.

3. KEY WORDS

- network, minimal spanning tree, apartment sales market, stock market, Seoul

국문초록

본 연구는 최소신장트리(minimal spanning tree)기법을 활용하여 2004년 1월~2014.6월 기간 동안 주택시장과 주식시장의 동적 위상학적 구조를 비교한다. 분석결과 시간의 흐름과 시장상황의 변화에 따라 상관성 구조도 변화하는데, 무엇보다 '상관성 붕괴' 현상이 대세 하락시에 나타나는 주식시장과는 달리 아파트시장에서는 대세 상승기에 상대적으로 강하게 나타나고 있다. 이는 아파트와 주식시장이라는 두 자산시장의 차이를 드러내고 있는데, 특히 주식과 달리 아파트가 하방경직성 내지 중위험-중수익 투자 속성을 가지고 있는 것에 기인하는 것으로 볼 수 있다.

핵심어 : 네트워크, 최소신장트리, 아파트매매시장, 주식시장, 서울

I. 서론

1. 연구배경 및 목적

시스템 내의 개체들을 연결시키는 상호작용을 그래프 이론을 이용하여 분석하는 네트워크 분석은 자연과학 분야는 물론 사회과학 등 다양한 학문분야로 확산되고 있다.¹⁾ 실제로 네트워크를 통한 주식시장의 연구는 경제물리학자인 Mantegna가 복잡계 관점에서 최소신장트리

(minimal spanning tree, 이하 MST)방법을 도입한 이후 본격적으로 이루어져 왔다.²⁾ 종래 금융시장 연구에서 다변량 정규분포의 가정에 기반하는 상관관계 분석은 일정한 한계가 있었는데, MST는 이러한 가정의 의존도를 낮추면서 시장의 상관성 구조와 체계적 위험을 위상학적(topological)으로 용이하게 파악할 수 있다는 장점을 가지고 있다.³⁾ 따라서 이를 활용한 연구는 주식시장, 외환시장 및 상품시장 등 주로 금융시장을 중심으로 이루어져 왔다.⁴⁾

1) 홍형득, "과학기술정보 및 지식의 생산과 흐름분석을 위한 네트워크 분석", 한국행정학회, 한국행정학회, 2006, 제40권 제1호, p.200.
 2) 정준호, "주택시장의 네트워크 구조 분석: 수도권 아파트 매매시장의 사례", 한국경제지리학회지, 한국경제지리학회, 2014, 제17권 제2호, p.281.
 3) 조하현·이승국, "MST기법을 이용한 주식시장의 상관성 구조와 체계적 위험에 관한 연구", 한국금융학회 발표논문, 2004, p.10.
 4) Mantegna, Rosario N, "Hierarchical structure in financial markets", The European Physical Journal B, 1999, Vol.11,

이처럼 금융시장의 분석과 특성을 네트워크 기반의 MST기법을 통하여 연구하려는 시도는 매우 활발하지만 준금융자산으로 평가되고 있는 아파트시장⁵⁾에 대한 체계적인 네트워크 분석은 거의 없는 것으로 보인다. 국내 연구 중 네트워크 분석을 활용한 연구로는 사회 네트워크 분석을 이용한 연구⁶⁾, 주택가격의 거둬제공법칙을 통하여 주택시장에 복잡계 현상이 나타난다는 연구⁷⁾ 등이 존재하나, 자산시장의 특성을 요약하여 보여줄 수 있는 MST 분석은 자료구득의 한계 등으로 인하여 아직까지 정준호 연구⁸⁾(이하 정준호)외에는 없는 것으로 확인되고 있다. 따라서 내구재와 투자재 속성을 동시에 가지고⁹⁾있으며, 금융자산에 대한 다양한 분석기법이 부동산 시장 연구에 활용되고 있다는 점¹⁰⁾을 감안하면 유사 금융자산화 되고 있는 주택시장에 대한 네트워크 기반의 MST 연구는 유의미할 것으로 생각된다.

본 연구는 정준호의 연장선상에서 네트워크 기반 MST기법을 활용하여 우리나라 가계 자산의 상당부분¹¹⁾을 차지하는 아파트시장의 동적 상관성의 특성을 이해하기 위해 대표적 금융자산인 주식의 그것과 비교하고자 한다. 주식과 달리 아파트는 하방경직적¹²⁾ 내지 중

위험-중수익¹³⁾ 투자 속성을 지니는 것으로 인식되고 있으므로 본 연구는 양자가 서로 다른 상관성 구조와 가격 속성을 보유하는지의 여부를 경험적으로 검증하는 작업이기도 있다. 특히 정준호는 주식시장에서 주로 발견되는 ‘상관성 붕괴’(correlation breakdown)현상이 수도권 아파트시장에서도 약하지만 나타나는 것을 보여주었는데, 동일한 시공(時空)안에서 이들 시장에서 이러한 현상의 특성을 비교하여 두 자산의 특성을 드러내고자 한다.

2. 연구방법 및 범위

MST기법은 자산 간 상관계수 행렬을 유클리드 거리계수(Euclidean metric)로 전환하여 산출된 복잡한 네트워크를 초거리 공간(ultrametric space)내에서 대폭 축약하여 그래프로 나타냄으로써 경제적으로 의미 있고 유용한 정보를 제공하는 방법론이다.¹⁴⁾ 복잡한 네트워크에서 초거리를 탐색하는 방법으로, 탐욕 알고리즘(greedy algorithm)을 이용하는데, 본 연구에서는 통계프로그램 ‘R’과 ‘UCINET’을 이용하여 이러한 알고리즘을 구현하고 시각화하였다.

No.1, pp.193-197; Onnela, J.-P., et al., “Dynamics of market correlations: Taxonomy and portfolio analysis”, *Physical Review E*, 2003, Vol.68, 056110, pp.1~13; 조하현·이승국, 전계논문, pp.1~30 ; 김승환·엄철준·이윤철, “주식간 동적 연결구조의 형성원칙에 관한 연구”, 재무관리연구, 한국재무관리학회, 2004, 제21권 제1호, pp.183-204; 고일용·이승국, “포트폴리오의 편중리스크 분석을 위한 새로운 접근법에 관한 연구”, 금융리스크리뷰, 예금보험공사, 2007, 봄호, pp.70~95 등.

- 5) 이종아·정준호, “주택 자본자산가격결정모형 (Capital Asset Pricing Model)을 활용한 위험과 수익 분석: 서울 강남 3 개구 아파트시장의 경우”, 한국경제지리학회지, 한국경제지리학회, 2010, 제13권 제2호, p.249; 정준호, 전계논문, p.282.
- 6) 김성진·장희순·방경식, “주거이전과정의 가족구성원 간 영향력”, 부동산학보, 한국부동산학회, 2014, 제57집, pp.180~194.
- 7) 신동훈·장희순, “주택가격의 양극화에 관한 연구”. 주거환경, 한국주거환경학회, 2011, 제9권 제2호, pp.103~115.
- 8) 정준호, 전계논문, pp.280~295.
- 9) 전해정, “자산가격결정이론에 기반한 주택가격결정요인 분석에 관한 연구:VECM을 이용하여”. 부동산학보, 한국부동산학회, 2013, 제52집, p.245 등.
- 10) 대표적으로 가격결정모형인 CAPM(capital asset pricing model)과 부동산 포트폴리오 이론 등이 그 사례이다.
- 11) 전국적으로 2014.11월말 기준 아파트 시가총액은 2,072조원(<http://www.yonhapnews.co.kr>)이며, 주식시장(KOSPI)은 1,216조원이다.
- 12) Case, Karl E·Shiller, Robert J., “The behavior of home buyers in boom and post-boom markets”, *New England Economic Review*, FRB of Boston, 1988, Nov, p.41; 이상경, “서울 주택시장으로부터 지방 주택시장으로의 가격 및 변동성 이전 효과 연구”. 국토계획, 대한국토·도시계획학회, 2003, 제38권 제7호, p.85; 임재만, “비대칭위험측 정치를 이용한 부동산 포트폴리오 성과 비교”, 부동산학연구, 한국부동산분석학회, 2008, 제14집 제1호, p.10.
- 13) 임재만, 전계논문, pp.5~15 및 본 연구 그림 6에서도 중위험-중수익(middle-risk, middle-return)속성이 확인된다..
- 14) 고일용·이승국, 전계논문, pp.73~77.

본 연구의 대상은 서울 아파트 매매시장과 주식시장이다. 대상지역을 서울로 한정된 것은 상대적으로 동질적 시장으로 분석에 대한 편의성도 있지만, 주택가격의 파급효과 측면에서 서울의 주택가격이 수도권에 영향을 미치는 핵심 지역이기 때문이다.¹⁵⁾ 분석기간은 자료를 집계하기 시작한 2004.1.5.~2014.6.23.(약 10년 6개월)이다. 분석내용은 분석기간 전체에 대한 두 시장의 정태적 위상구조를 간단히 살펴보고 횡단면 MST를 시계열화하여 시변 특성을 실증하며, 이것이 의미하는 바를 주식시장과 대비하여 아파트 시장의 특징에 대한 규명 및 해석하는 것으로 한정한다.

II. 이론 고찰

1. 이론적 배경

상관관계는 투자론에서 가격결정모형의 이하나 자산간 또는 시장간 포트폴리오 위험관리와 자산배분 최적화에 핵심적 요인이다.¹⁶⁾ 다수의 자산들로 포트폴리오를 구성할 때 위험을 일정수준으로 제한하면서 기대수익률을 최대화할 수 있는 배분비율은 자산 간 상관관계에 의하여 결정된다. 그러나 두터운 꼬리 분포가 빈발하는 금융시장에서 다변량 정규분포 가정하에 단순 상관계수의 추정치만으로 포트폴리오의 상관성구조를 파악하는 접근방법은 일정한 한계가 존재한다.¹⁷⁾ 또한 시간흐름에 따라 상관관계가 일정하지 아니하면 이를 토대로 하는 가격결정모형이나 포트폴리오의 구성에서 중대한 함정에 빠지게 되므로 이의 안정성 문제가 지적되고 있

다. ¹⁸⁾ 따라서 이러한 가정을 완화하여 자산의 상관성 구조와 체계적 위험의 시간에 따른 변화를 파악하기 위한 대안적 방법론의 일환으로 네트워크 기반의 MST 기법이 활용될 수 있다.¹⁹⁾

한편, 상관관계는 유사성을 의미하기에, 시장분석에서는 자산 간 시장 간의 동조화와 통합화의 정도를 파악하는 데에도 유용하다. 즉 상관계수가 높다는 것은 주로 유사한 기초 경제여건, 동일한 외부 충격, 투자자의 인식의 차별성 여부 등과 관련이 있기 때문에, 상관관계의 변화 여부는 물결효과나 전염효과, 그리고 투자자의 심리노출 등의 분석에도 의미 있게 활용될 수 있다.

이와 같이 상관성 구조는 가격결정모형, 포트폴리오 구성 및 시장분석 등에 다양하게 이용될 수 있는 분석방법이다. ‘구조의 이중성’ 개념처럼 상관성 구조도 시변하는 상황 속에서 이해되어야 하는데, MST의 동적 분석을 활용하면 시계열적으로 변화하는 상관성구조의 파악이 용이할 수 있다.

2. 선행연구

MST기법 선행연구는 주로 금융시장을 대상으로 전개되었다. Mantegna는 주식시장을 복잡계로 인식하여 개별 종목에 대한 미시적인 접근이 아니라 거시적 관점에서 시스템적으로 주식간의 네트워크를 분석하기 위하여 학제간 연구의 일환으로 제안하였다.²⁰⁾ 그는 금융경제학의 재정가격결정모형에 착안하여 주식시장의 개별 종목들 간에 영향을 미칠 수 있는 공통요인이 존재하고, 개별 주식들이 이들 요인을 중심으로 동질적 군집이 형성되고 있음을 규명하였다. 따라서 MST가 경제적으로 의미 있는 정보를 제

15) 김시원 등, “지역 주택가격의 파급효과:GVAR 를 응용한 실증분석”. 응용경제, 한국응용경제학회, 2011, 제13권 제3호, p.86.

16) 김상환, “주식시장간 상관계수의 시간불변성에 대한 검증”, 금융연구, 한국금융연구원, 2011, 제25권 제1호, p.130.

17) 고일용·이승국, 전계논문, p.71; 임계만, 전계논문, p.6.

18) Longin, Francois·Solnik, Bruno., “Is the correlation in international equity returns constant: 1960 - 1990?”, *Journal of international money and finance*, 1995, Vol.14, N0.1, p.4.; Onnela et al., *op.cit.*, p.1; 김상환, 전계논문, p.130.

19) 조하현·이승국, 전계논문, p.1.

20) 허화 등, “주식간 연결구조와 효율적 포트폴리오”. 금융공학연구, 한국금융공학회, 2006, 제5권 제2호, pp.65~84.

시할 수 있다고 주장하였다. 이후 다수의 연구를 통해 MST방법으로부터 도출된 자산 네트워크상의 연결 관계는 개별 자산들의 업종이나 유사한 하위시장 등으로 분류 가능한 것으로 확인되었다.²¹⁾ 이외에도 주식시장 네트워크 구조의 시변성과 포트폴리오 재평가²²⁾, 세계 주식시장 통합에 따른 네트워크 구조의 변화²³⁾ 및 상품시장²⁴⁾ 등에 대한 분석이 이루어지고 있다. 국내에서는 외환시장 계층적 구조 관계²⁵⁾, 주식시장 상관관계 구조와 체계적 위험²⁶⁾, 주식시장의 포트폴리오 편중 리스크 관리와 채권시장의 부도상관성²⁷⁾ 및 주식의 효율적 포트폴리오 구성²⁸⁾ 등에 대하여 MST 기법을 활용하여 연구가 진행되어 왔다.

부동산 시장에서는 최근 정준호가 수도권 아파트 시장을 대상으로 2003년 7월부터 2014.3월(약 11년간)의 월별 매매가격지수를 이용하여 주택시장 네트워크를 연구하였다. 분석 결과, 정도의 차이는 있지만 주식시장에서 발견되는 바와 같이 네트워크상 계층구조, 하위집단의 구분, 시간 종속적인 네트워크 구조에 따른 상관관계 붕괴현상 등이 수도권 아파트 매매시장에서도 나타나고 있음을 보여주었다. 결과적으로 MST방법론이 부동산 시장분석에 적실성이 있음을 제시하였다.

이와 같이 부동산 시장의 응용은 아직 초기단계로, 본 연구는 주택시장 네트워크 구조를 주식시장과 직접 비교함으로써 분석기법의 적실

성을 공고히 함은 물론 주택시장의 동적 MST 속성을 규명하려는 것이다. 또한 주식 자료를 직접 분석에 이용하며, 주기도 월간이 아닌 주간으로 하고 분석기간도 동일하게 함으로써 비교의 적합성을 제고하여 대체자산으로서 속성의 유사점과 차이점을 동일 평면상에서 분석한다는 점이다. 아울러 대상에 있어도 수도권 시·군·구 지역별 하위시장 수준이 아니라 수요자 입장에서 보다 실제적으로 고려 가능한 개별 아파트 단지로 구체화하여, 상대적으로 고가 시장의 특성을 이해하고자 한다는 점에서 기존 정준호와 차별성이 있다.

III. 분석설계

1. 분석자료

아파트 자료는 우리나라 전국 아파트단지의 시가총액기준(2014년 5월말 현재)상 상위 200개 중에서 분석기간 동안 관측치가 전부 있는 서울 지역의 93개 단지이다. 분석기간은 상기 자료를 집계하기 시작한 2004.1.5~2014.6.23(총 532주)이다. 아파트 매매가격은 국민은행에서 조사하여 매주 월요일에 집계하는 선도(시가총액 상위) 200개 아파트 단지의 주간별 시세 자료를 활용한다.²⁹⁾ 한편, 비교대상인 주가 자

21) Onnela et al., *op.cit.*, p.6; Coelho, Ricardo, et al., "The evolution of interdependence in world equity markets - Evidence from minimum spanning trees", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, Vol.376, p.5; Siczka, Pawel·Holyst, Janusz A., "Correlations in commodity markets", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2009, Vol.388, No.8, p.1626; 정준호, 전계논문, p.286 등.

22) Onnela et al., *op.cit.*, pp.1~13.

23) Coelho et al., *op.cit.*, pp.455~466.

24) Siczka and Holyst, *op.cit.*, pp.1621~1630.

25) 김승환·엄철준, "아시아 외환시장의 계층적 구조 관계에 관한 실증연구", 재무관리연구, 한국재무관리학회, 2001, 제18권 제2호, pp.145~168.

26) 조하현·이승국, 전계논문, pp.1~30; 엄철준, "주식시장의 상황변화에 따른 주식수익률간 상관관계의 영향연구", 금융공학연구, 한국금융공학학회, 2004, 제3권 제1호, pp.1~19.

27) 고일용·이승국, 전계논문, pp.73~77.

28) 허화 등, 전계논문, pp.65~84.

29) 단, 아파트 자료는 설날과 추석 등 연휴 포함된 날에는 조사 발표하지 아니하므로 1년 52주간과 일치하지 아니한다.

료는 아파트시장과 유사한 대상 수와 분석 대상 기간으로 설정하였다. 즉, 2014.5.30 현재 한국거래소의 유가증권시장(코스닥은 제외)에 상장되어 있는 시가총액 상위 100개 기업 중 분석 기간 동안 관측치(매주 금요일 종가)가 전부 있는 75개 주가 자료를 이용하였다(총 547주). 양 시장 모두에서 상관관계를 구하기 위한 수익률은 아파트의 주거서비스와 임대소득이나 주식의 배당 등을 감안하지 않은 자본이득만을 고려한 로그 수익률이다. 또한 관측 주기도 월간이 아니고 주간 단위로 변동기간을 단축하여 주식과 같이 가격변동의 비교를 적합하게 하고자 하였다.

<표 1> 분석자료 요약표

구분	아파트	주식	비고
대상	서울, 93개 단지	KOSPI, 75개	시총상위
기간/주기	04.1.5~ 14.6.23, 주간		
관측치	532주	547주	15개 차이

2. 분석방법

MST를 구축하기 위해서는 다음과 같은 4단계의 절차가 필요하다. 우선 등식1을 이용하여 자산 가격 변동률로 부터 상호관계를 나타내는 상관계수 행렬을 산출한다. 둘째 상관계수 행렬을 등식 2와 같은 유클리드 거리 척도로 전환을 한다. 유클리드 거리는 원근(遠近)과 같이 유사성을 나타낸다. 셋째, 유클리드 거리척도를 서브도미넌트(subdominant) 초거리 공간으로 수정한다. 왜냐하면, 상관계수 행렬의 비대각행렬($i \neq j$)에 속하는 $N(N-1)/2$ 개의 원소를 이용하여, 동일한 수의 거리 측정치를 산출한 후 연결하게 되면 네트워크가 너무 복잡하여 상관성 분

석에 적절한 정보를 제공할 수 없기 때문이다.³⁰⁾ 따라서 N개의 네트워크에서 최단의 거리만을 연결하게 하여 N-1개의 변(edge)를 갖게 하는 것이다. 마지막으로, 수정된 거리 개념인 초거리를 가지고 개별 자산들을 연결하는 그래프를 만들면 MST가 구축되게 된다.³¹⁾

$$\text{상관관계측정치} \quad \rho_{i,j}^t = \frac{Cov(R_i^t, R_j^t)}{\sigma_i^t, \sigma_j^t} \tag{등식1}$$

$$\text{유사성 측정치} \quad d^t = \sqrt{2(1 - \rho_{i,j}^t)} \tag{등식2}$$

여기서,

t : 자산간 연결구조를 추정하는 기간,

i, j : 분석에 이용되는 자산($i \neq j$),

$R = Ln(P_{t+1}/P_t)$.

이와 같이 MST는 독특함과 간명함 그리고 정보의 홍수 속에서 시장의 정수를 파악할 수 있는 유용성을 지니고 있다.³²⁾

한편, 횡단면 MST의 동태적 특성을 파악하기 위해서는 고정 이동창 분석이 활용될 수 있다. 본 연구에서는 약 1년 간(아파트 시장은 51주³³⁾, 주식시장은 52주)의 고정창에 대해 시점을 4주간씩 이동해 가면서 횡단면의 MST를 구축한 후 시계열로 전환하여 분석한다. 1년 기간을 4주간씩 상대적으로 주기 빈도를 높여 분석하는 것은 시계열의 민감한 변화에 대한 포착과 설명력을 높일 수 있기 때문이다. 여기서 시계열은 선행연구³⁴⁾와 같이 고정 이동창에 따른 평균 상관계수와 정규화된 나무길이(normalized tree length; 평균 초거리)를 말하는 것으로, 각각 등식3과 등식4와 같이 정의되어 산출된다.

30) 고일용·이승국, 전계논문, p.74; 정준호, 전계논문, p.283.

31) 보다 자세한 내용은 조하현·이승국(2004) 및 정준호(2014) 등 선행연구 참조요망.

32) Onnena et al., op.cit.p.1; 정준호, 전계논문, p.5.

33) 아파트 단지의 주간시세는 설날과 추석 등에 결측치가 발생하여 1년≠52주이다.

34) 정준호, 전계논문, pp.292~293; Onnena et al.op.cit. pp.2~3.

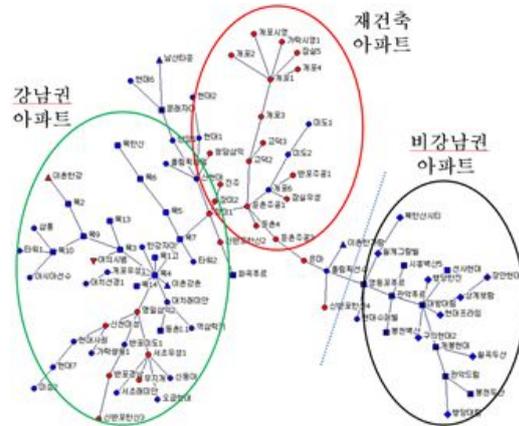
평균 상관계수 $\bar{\rho}(t) = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i,j} \rho_{ij}^t$
(등식3)

평균 초거리 $L(t) = \frac{1}{N-1} \sum_{i,j \in T^t} d_{ij}^t$
(등식4)

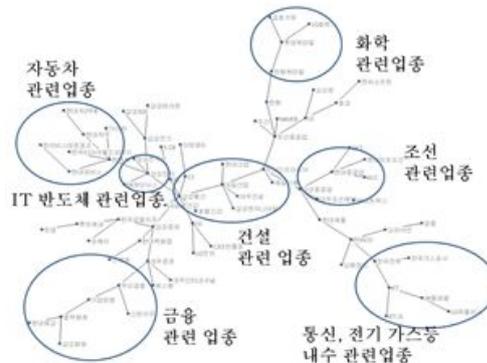
IV. 분석결과 및 해석

주택가격도 일반 재화와 마찬가지로 대체의 원리에 의하여 가격, 입지 및 커뮤니티 등 경쟁관계에 있는 다른 주택가격의 영향을 받아서 결정된다.³⁵⁾ 이러한 상호작용의 결과를 MST로 전환함으로써 가격 결정의 상관성 구조를 직관적으로 확인할 수 있다. 그림 1과 그림 2는 각각 아파트와 주식시장에 대한 전체 분석기간의 MST 네트워크 구조·형태, 개별 자산의 위치 및 경제적 유사성에 의한 군집형성에 대한 결과를 보여주고 있다. 아파트 시장의 네트워크 형태는 미국 주식시장 사례³⁶⁾에서 나타나는 응집된 원형 구조가 아니라 덜 집중된 Y자형(逆 Y자) 또는 H자 형태로 보여질 수 있는데, 우리 주식시장에 대한 MST와 유사한 형태를 나타내고 있다. 이는 정준호의 분석결과와 유사하다. 아파트와 주식시장은 네트워크 구조의 응집성은 정도의 차이일 뿐 유사하게 나타나며, 중심성도 마찬가지로 존재한다. 다만, 유사성 측면에서 주식의 업종과 아파트가 재벌 계열사와 같이 경제적으로 또는 지리적 인접성만으로 군집이 형성되는 것은 아니고 유사한 속성을 갖는 주식업종 또는 지역들간의 계층적 확산의 요소가 가미되

<그림 1> 아파트시장 MST³⁷⁾



<그림 2> 주식시장 MST



어 있다.

상관성 구조는 시간 흐름 또는 시장 상황에 따라 변동하므로³⁸⁾, 이에 기반한 MST 네트워크 구조도 당연히 시간 종속적인 특성을 지니게 된다. 그림 3과와 그림 4는 각각 양 시장 상관성의 동태적 특성을 보여 주고 있는데, 전체적으로 평균 상관계수와 평균초거리의 추이는 진폭이

35) 방경식·장희순, 부동산확충론, 부연사. 2012, p.295.

36) Mantegna, Rosario N, *op.cit.* pp.193-197; 고일용·이승국, 전계논문, p.75.

37) 시장분류상 강남권, 비강남권 및 재건축 아파트로의 구분은 동일한 체계 기준에는 맞지 아니하지만, MST기법을 활용하여 분석을 하면 별도의 군집으로 분류되고 있다.

38) Boyer, Brian H.; Gibson, Michael S.; Loretan, Mico, "Pitfalls in tests for changes in correlations", *International Finance Discussion Papers*, Board of Governors of the Federal Reserve System, 1997, Vol.597, p.1; Onnela et al., *op.cit.* p.3.

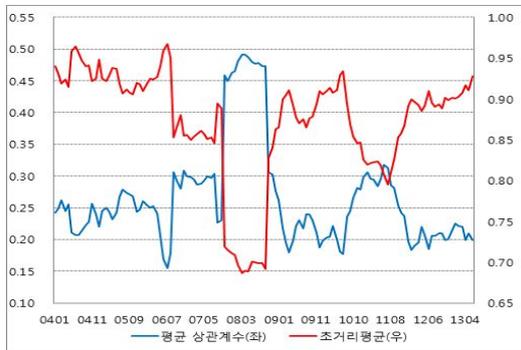
<그림 3> 아파트시장 평균상관계수와 초거리 추이



<그림 5> 아파트시장 최대고유근 추이



<그림 4> 주식시장 평균상관계수와 초거리 추이



일정하지 아니하고 시간의 흐름에 따라 등락을 반복함으로써 MST 구조의 시변성을 나타내고 있다. 또한 평균 상관계수와 평균 초거리 사이에는 강한 음(陰)의 상관관계가 나타나고 있음은 선행연구³⁹⁾에서와 일치한다.

본 결과를 통해 조금 더 구체적으로 시장 특성을 살펴보면 첫째, 특정한 시기에 평균 초거리가 급감하는 반면에 평균 상관계수가 고조되는 것을 확인할 수 있다. 상관계수가 증가하게 되는 경우 그림 5와 같이 상관계수 행렬의 최대 고유근도 같이 증가하는데, 이것은 개별자산 가격변

동에 있어서 시장 공통요인(예: 단일 요인모형에서 시장지수)의 영향력이 증가하게 됨을 의미하는 것이다.⁴⁰⁾ 이것이 의미하는 바는 여러 측면에서 해석이 가능하다. 우선 투자측면에서는, 서울 아파트시장이 개별적 요인보다는 시장전체를 아우르는 전역적 공통요인에 의하여 움직임으로써, CAPM과 같은 요인모형이 주택시장에 적용된다는 것으로 금융자산과 유사한 가격변동을 보임을 시사하는 것이다.⁴¹⁾ 반면에 상관계수가 감소하거나 평상시를 유지하는 경우에는 시장 공통요인의 영향력이 약화되고 주택시장이 개별적 요인에 지배되는 것을 의미하는 것으로 소비재시장으로서 기능함을 시사한다고 해석할 수 있다. 또한 시장분석이라는 시각에서는 공통요인에 의하여 자산 간 또는 시장 간 동조화 내지 통합화됨을 의미한다. 이것은 진원지가 어디인지는 논의로 하고 물결효과나 전염효과를 강력히 시사하는 것이다. 따라서 부동산으로 인해 시장의 지역성이 강하다는 부동산의 특성을 일정 부분 회석하는 것이다. 마지막으로 가격의 급등과 급락시에 상관관계가 높아지는 원인을 군중심리의 고조로 해석할 여지가 있는 것이다.⁴²⁾

둘째, MST 시계열은 시장 특이상황에 대한

39) 정준호, 전계논문, p.287; Onnela et al. *op.cit.* p.3.

40) Plerou, Vasiliki, et al. "Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series". *Physical Review Letters*, 1999, Vol.83, No.7, p.1472; 조하현·이승국, 전계논문, p.18

41) 이종아·정준호, 전계논문, p.249.

42) Çukur, Sadik · Eryigit, Mehmet · Eryigit, Resul, "Cross correlations in an emerging market financial data", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, Vol.376, p.558.

설명력을 갖고 있다.⁴³⁾ 아파트 시장에서는 2004년부터 2007년까지 평균 초거리(평균 상관관계수)가 급감(고조)하며 가격은 급등하고 있는데, 이것은 동 기간 중 초유의 저금리 기조와 그에 따른 과잉유동성 및 낙관적 기대 등⁴⁴⁾에 의하여 아파트 가격이 전역적으로 상승하였다는 것을 설명한다. 또한 2006년 11월 시점에 평균 초거리(평균 상관관계수)가 급증(저조)하기 시작하는데, 이 시기 전후하여 강력한 부동산 정책⁴⁵⁾이라는 특이상황이 발생하여 주택시장이 안정세를 찾게 되었다.⁴⁶⁾ 그리고 2008년 초거리가 다시 급감한 것은 글로벌 금융위기 시의 가격 하락을 설명하고 있는 것이다. 또한 2010년을 전후한 시점에는 평균 초거리는 신장되는 것을 발견할 수 있는데, 이것은 글로벌 금융위기 이후 서울 아파트 매매가격지수가 정점을 기록한 후 완만하게 하락하는 현상을 반영한 것이다. 이는 아파트의 자본이득이 발생하지 않을 것이라는 비관적 기대에 근거하여 전세수요 등으로 이전함에 따라 투자재 속성의 저하와 함께 전세 가격 상승이라는 연결 고리로 해석할 수 있다.⁴⁷⁾ 한편, 주식시장의 시계열 추이에서도 특징적으로 2008년 전후한 시기에 극단적으로 초거리가 급감하는 양상이 전개되는데, 이는 글로벌 금융위기로 주가가 급락하는 상황을 설명하고 있는 것이다.

셋째, 양 시장의 평균 상관관계수와 평균 초거리가 변화하는 시계열에서 중요한 차이점이 발견된다. 그림 3과 그림 4를 그림6과 연결하여

<그림 6> 아파트 가격지수와 KOSPI추이⁴⁸⁾



자료 : 국민은행 및 한국은행 경제통계시스템.

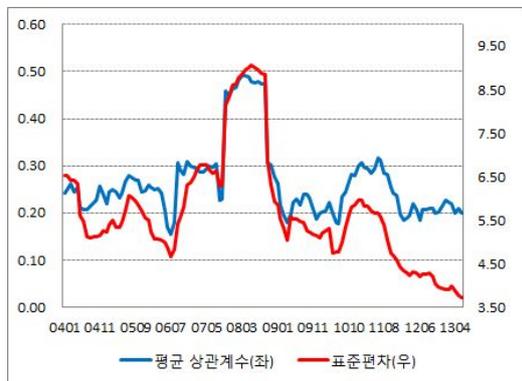
보면, 주식시장은 대세 상승시에 상관관계가 낮고 급락시에 상승관계가 높는데 비하여, 아파트 시장은 오히려 반대로 대세 상승시에 상관관계가 높고 하락시에 상관관계가 낮은 특징을 나타내고 있다. 평균 초거리는 평균 상관관계수와 달리 감소하는 반대의 양상을 보이고 있다. 주식시장에서 변동성이 높은 시기에 상관관계가 높아지는 패턴을 ‘상관성 붕괴’라고 하는데⁴⁹⁾, 이러한 현상은 우리 나라 외환위기 기간⁵⁰⁾ 뿐만 아니라 외국에서도 나타나고 있다. 미국에서는 1987년 Black Monday⁵¹⁾와 전진 5개국 주식시장 간의 연구⁵²⁾에서도 나타나고 있다. 그림 7과 8에서는 글로벌 금융위기(2008)가 포함되어 있는 양 시장의 평균상관관계수와 변동성 추이를 보여 주고 있다. 주식과 아파트 시장 모두 변동성이 높은 구간에서 상관성 붕괴 현상을

43) Onnena et al., *op.cit.* p.1.
 44) 정준호, “참여정부의 부동산정책 평가”, 동향과 전망, 한국사회과학연구소, 2008, 제74호, p.150.
 45) 2006.11.15와 2007.1.11. 대책으로, 여기에는 수도권 투기과열지구의 6억원 초과 아파트에 대한 DTI(총부채상환비율)확대 적용과 투기지역 1인 1건 담보대출 제한 같은 강력한 금융규제 등이 포함되어 있었다.
 46) 정준호, 전계논문, p.139.
 47) 김상진, “자산시장 균형조건에 따른 전세가격의 결정요인”. 강원대학교대학원 석사학위논문, 2013, p.64.
 48) 월별 변동률 평균과 표준편차는 각각 아파트가 0.24%와 0.91%, KOSPI는 0.86%과 5.74% 이다.
 49) Boyer et al., *op.cit.* p.1; 조하현·이승국, 전계논문, p.2.
 50) IMF 국제금융시계열 1997~1998년의 국내 주식시장 급락장에서 뚜렷하게 확인되고 있다(조하현·이승국, 전계논문, p.17; 엄철준, 전계논문, p.11).
 51) Onnena et al., *op.cit.* p.2.
 52) Longin, Francois· Solnik, Bruno, “Extreme correlation of international equity markets”, *The Journal of Finance*, 2001, Vol.56, No.2, p.670.

<그림 7> 아파트시장 변동성 추이



<그림 8> 주식시장 변동성 추이



확인할 수 있으나, 아파트시장은 선행연구⁵³⁾와 동일하게 가격 상승시에 변동성이 더 높으나, 주식시장은 선행연구⁵⁴⁾와 마찬가지로 하락시에 변동성이 더 높아지며 상관성 붕괴가 나타나고 있다. 이와 같이 주식시장과는 달리, 대세 상승

기에 변동성이 높아지며 상관성이 고조되는 현상을 우리는 아파트 시장의 ‘逆 상관성 붕괴’(adverse correlation breakdown)현상이라고 지칭하고자 한다.

이러한 원인은 부동산은 중위험-중수익 투자속성을 반영하는 것으로 이해할 수 있으며, 주택가격은 주가와 달리 상승시에 변동성이 크며 하방경직성이 강하다는 선행연구⁵⁵⁾와 일맥상통한다. 이러한 중위험-중수익성 또는 하방경직성의 원인을 주식과 비교하여 다음과 같이 복합적으로 해석할 수 있다. 첫째, 교환가치 측면에서 주식은 거의 비용 없이 처분할 수 있는데 비하여 주택은 유동성이 부족하다는 점에서 매우 다르다.⁵⁶⁾ 아파트는 상대적으로 유동성이 양호한 주택상품이지만 위기 시에는 시장의 형성이 곤란하다는 점이다. 주택시장은 전통적 의미의 경쟁 매매시장이 아니고 당사자 간 상대 매매시장이기 때문에 가격이 금융시장처럼 하락하지 않는다.⁵⁷⁾ 아울러 고가의 재화이거나 양도소득세와 중개 비용 등 거래비용도 주식에 비하여 커서 매도 후 재매수가 용이하지 않다. 둘째, 사용가치 측면에서 주택은 직장, 교육, 문화, 교통, 환경 및 커뮤니티 형성 등으로 어우러진 삶의 터전으로 즉각적인 처분이 곤란하다.⁵⁸⁾ 또한 전세금, 월세 또는 담보가치에 의하여 지지될 수 있는 실물자산의 속성⁵⁹⁾이 발현되어 가격 하락이 일정부분 저지된다. 셋째, 심리적 측면에서 부동산에 대한 믿음⁶⁰⁾ 또는 불패신화⁶¹⁾와 같이 기다리면 상승한다는 과거 경험치 내지 학습효과⁶²⁾

53) 이상경, 전계논문, p.85.

54) Longin, Francois·Solnik, Bruno, *op.cit.* p.670.

55) Case and Shiller, *op.cit.* p.41; 이상경, 전계논문, p.85. 특히 Case and Shiller(1988)는 이를 톱니효과(ratcheting effect)라고 칭하고 있다(Case and Shiller, *op.cit.*,p.45).

56) Case and Shiller, *op.cit.* p.41.

57) Case, Karl E., Quigley, John M., Shiller, Robert J. “Home-buyers, Housing and the Macroeconomy”, *Berkeley Program on Housing and Urban Policy*, 2003, p.171. 또한 당사자간 정보의 불균형이 시장 형성에 제약이 될 수 있다(이경아·김갑열, “부동산 구매 소비자의 정보서비스 선택속성”, 부동산학보, 한국부동산학회, 2014, 제59집, p.76).

58) 김귀정·이한식, “불확실성을 고려한 주식과 주택의 자산효과 분석”. 한국경제연구, 한국경제연구학회, 2008, 제22권, p.70.

59) Siczka and Holyst(2009)도 상품시장의 MST를 분석하면서, 실물자산은 위기 시에도 신뢰할 만한 가치 기준이 될 수 있는 것으로 평가하고 있다(Siczka and Holyst, *op.cit.*,p.1622).

60) 이상경, 전계논문, p.85.

61) 김재용·정준호, “주택자산이 고령자가구의 재정수지에 미치는 영향”, 한국경제지리학회지, 한국경제지리학회, 2012, 제15권 제4호, p.535.

를 거론할 수 있다.⁶³⁾ 그러나 예상하지 못한 큰 충격이 시장에 발생하여 가격하락이 예상될 때, 주식은 급락 후 단기간에 회복하여 안정화 되지 만, 주택은 하락 강도는 약하지만 충격이 장기화 되는 특징이 있다.⁶⁴⁾ 실제로 그림 6에서 보는 바와 같이 양 자산시장 모두 2007년 하반기까지 대세 상승국면을 연출한 후에 글로벌 금융위기가 발생하였을 때 주식시장은 단기 급락 후 회복 하였으나 아파트시장은 단기적으로 급락하지는 않았지만 조정국면이 상대적으로 장기화되고 있다.⁶⁵⁾

마지막으로, 서울 아파트시장에서는 정준호의 수도권 시장보다도 상관성 붕괴가 약화되어 나타난다. 이는 위기시에 주식시장에서 소형주보다는 대형주가 하락폭이 작은 것처럼⁶⁶⁾, 수도권 아파트 전체보다는 시가총액 상위 대형단지의 가격하락 폭이 보다 작은 안정적인 자산으로 해석할 수 있다. 즉, 수도권 광역적 일반시장보다는 서울지역 고가 아파트단지라는 특수 시장의 속성을 함의하는 것이라고 할 수 있다. 이러한 주택의 중위험-중수익 속성 내지 하방경직성을 이용하여 주식 같은 위험자산과의 복합자산 포트폴리오의 구성에 응용한다면 위기 시에도 리스크 관리 차원에서 유용할 수 있을 것이다.

V. 결론 및 시사점

본 연구는 주식시장을 중심으로 활발히 연구되고 있는 MST방법을 이용하여 2004년 1월

부터 2014년 6월까지 서울 아파트시장과 주식시장의 동적 네트워크 구조를 비교하였다. 공통점으로 서울 아파트시장에서도 주식시장에서와 같이 MST 구조상 시변성을 보유하고 있다. 특정적 차이점으로는 상관관계의 고조 시점(초거리 급감시점)이 아파트 시장에서는 대세 상승시인 반면에 주식시장은 대세 하락시라는 점이다.

분석 결과를 정리하면, 우선 아파트가 특정 시점에 있어서 주식처럼 상관관계가 고조되는 것은 시장요인의 영향력이 강하게 작용하고 있는 것으로, 분석기간 동안 아파트시장에 투기적 속성이 강하게 투영된 것으로 해석 할 수 있다.⁶⁷⁾ 즉 가격결정이 펀더멘탈에서 이탈할 수 있음을 함의하는 것이다. 또한 시장분석 측면에서 자산 간 시장 간 동조화 내지 통합화를 의미하여 물결효과나 투자심리의 전염을 시사하는 것으로 해석할 수 있다.⁶⁸⁾ 두번째로 상관관계가 고조되는 시기가 주식시장은 급락장에서, 아파트 시장은 대세상승장에서 발현된다는 차이가 있는데, 이는 주택이 주식과 다른 소비재적인 특수성 및 상대적으로 낮은 유동성 등에 기인하는 것으로 볼 수 있다. 마지막으로, 서울지역의 고가 아파트시장은 수도권의 '약 상관성 붕괴'보다 더욱 약화되어 나타나는 특수성을 보여주고 있으며, 이는 서울지역 고가 아파트가 수도권 평균적인 아파트에 비해 투자재 성격이 더 크기 때문인 것으로 해석할 수 있다.

본 연구는 아파트시장과 주식시장의 개별 자산을 대상으로 네트워크 기반의 MST 동적 구조를 직접 비교함으로써, 복잡계 관점에서 MST의 방법론을 공고히 하며 아파트시장의 상

62) Case and Shiller, *op.cit.*, p.41; 장용동, "최근의 주택시장 특성변화와 정책과제". 경기도 경제동향, 2010, 제137권, p.17.

63) 주택시장에도 손실회피나 처분효과를 실증하는 연구가 있는데, 주식시장에도 이러한 현상은 나타날 수 있으므로 비교 관점에서는 주택만의 특유한 것으로 해석하기는 곤란하다.

64) 김귀정·이한식, 전계논문, p.70.

65) 주택가격 조정에 대하여는 이외에도 베이비 부머의 은퇴와 연결 지어 해석하는 사례를 많이 발견할 수 있다.(예: 김선태·송명규, "베이비 부머의 은퇴와 아파트가격의 규모별 변화 패턴", 부동산학보, 한국부동산학회, 2013, 제52집, p.84; 성연동, "한국의 인구구조변화와 주택정책에 관한 연구". 부동산학보, 한국부동산학회, 2013, 제53집, p.235).

66) 김상환, "우리나라 주식시장에서의 군집행태 검증", 한국경제연구, 한국경제연구학회, 2013, 제31권 제3호, p.120.

67) 정준호, 전계논문, p.294

68) 정준호, 전계논문, p.294.

관성 구조와 가격행태는 물론 시장의 동조화 통합화 등의 변화 여부, 군집행태에 단서를 제공함으로써 부동산 시장분석에 유의미하게 기여할 수 있을 것으로 생각된다. 특히 주택과 주식시장의 상관관계 양상이 '逆 상관성 붕괴' 對 '상관성 붕괴'라고 대비되는 특징적 차이를 발견한 것은 큰 의의가 있다고 하겠다. 또한 실무적 측면에서 평균 초거리가 단축 또는 신장되는 시점을 파악함으로써 아파트 시장이 투자재로서의 속성을 지니는지 또는 내구 소비재적 특성을 지니는지의 풍향계로 활용할 수 있다는 점과 금융위기와

같은 상황 하에서 고가 아파트는 하방 경직성을 가지고 있다는 점을 실증해 주식 같은 위험자산과의 포트폴리오 구축에 응용 가능성을 시사하고 있다.

다만, 본 연구는 실거래가가 아닌 조사가격이라는 점과 시총 상위 자산을 대상으로 국한하였다는 점에서 한계가 존재한다. 또한 국내 주택 시장 내 MST 방법론을 적용한 두 번째 사례로 향후 이러한 방법론에 의한 지속적인 분석과 연구를 통해 해당 방법론에 대한 적실성을 공고히 하는 후속 연구가 이어져야 할 것으로 판단된다.

參考文獻

- 고일용·이승국, "포트폴리오의 편중리스크 분석을 위한 새로운 접근법에 관한 연구", 금융리스크리뷰, 예금보험공사, 2007, 봄호.
- 김귀정·이한식, "불확실성을 고려한 주식과 주택의 자산효과 분석", 한국경제연구, 한국경제연구학회, 2008, 제22권.
- 김상진, "자산시장 균형조건에 따른 전세가율의 결정요인", 강원대학교대학원 석사학위논문, 2013.
- 김상환, "우리나라 주식시장에서의 군집행태 검증", 한국경제연구, 한국경제연구학회, 2013, 제31권 제3호.
- 김상환, "주식시장간 상관계수의 시간불변성에 대한 검증", 금융연구, 한국금융연구원, 2011, 제25권 제1호.
- 김선태·송명규, "베이비부머의 은퇴와 아파트가격의 규모별 변화 패턴", 부동산학보, 한국부동산학회, 2013, 제52집.
- 김성진·장희순·방경식, "주거이전과정의 가족구성원 간 영향력", 부동산학보, 한국부동산학회, 2014, 제57집.
- 김승환·엄철준·이운철, "주식간 동적 연결구조의 형성원칙에 관한 연구", 재무관리연구, 한국재무관리학회, 2004, 제21권 제1호.
- 김승환·엄철준, "아시아 외환시장의 계층적 구조 관계에 관한 실증연구", 재무관리연구, 한국재무관리학회, 2001, 제18권 제2호.
- 김시원·김봉한·최두열, "지역 주택가격의 파급효과: GVAR 를 응용한 실증분석", 응용경제, 한국응용경제학회, 2011, 제13권 제3호.
- 김재용·정준호, "주택자산이 고령자가구의 재정수지에 미치는 영향", 한국경제지리학회지, 한국경제지리학회, 2012, 제15권 제4호.
- 방경식·장희순, 부동산학총론, 부연사, 2012.
- 성연동, "한국의 인구구조변화와 주택정책에 관한 연구", 부동산학보, 한국부동산학회, 2013, 제53집.
- 신동훈·장희순, "주택가격의 양극화에 관한 연구", 주거환경, 한국주거환경학회, 2011, 제9권 제2호.
- 엄철준, "주식시장의 상황변화에 따른 주식수익률간 상관관계의 영향연구", 금융공학연구, 한국금융공학학회, 2004, 제3권 제1호.
- 이경아·김갑열, "부동산 구매 소비자의 정보서비스 선택속성", 부동산학보, 한국부동산학회, 2014, 제59집.
- 이상경, "서울 주택시장으로부터 지방 주택시장으로의 가격 및 변동성 이전효과 연구", 국토계획, 대한 국토·도시계획학회, 2003, 제38권 제7호.
- 이종아·정준호, "주택 자본자산가격결정모형 (Capital Asset Pricing Model)을 활용한 위험과 수익 분석: 서울 강남 3개구 아파트시장의 경우", 한국경제지리학회지, 한국경제지리학회, 2010, 제13권 제2호.

- 임재만, “비대칭위험측정치를 이용한 부동산 포트폴리오 성과 비교”, 부동산학연구, 한국부동산분석학회, 2008, 제14집 제1호.
- 장용동, “최근의 주택시장 특성변화와 정책과제”, 경기도 경제동향, 경기개발연구원, 2010, 제137권.
- 전해정, “자산가격결정이론에 기반한 주택가격결정요인 분석에 관한 연구:VECM을 이용하여”. 부동산 학보, 한국부동산학회, 2013, 제52집.
- 정준호, “주택시장의 네트워크 구조 분석: 수도권 아파트 매매시장의 사례”, 한국경제지리학회지, 한국경제지리학회, 2014, 제17권 제2호.
- 정준호, “참여정부의 부동산정책 평가”, 동향과 전망, 한국사회과학연구소, 2008, 제74호.
- 조하현·이승국, “MST기법을 이용한 주식시장의 상관성 구조와 체계적 위험에 관한 연구”, 한국금융학회 발표논문, 2004.
- 허화·김승환·강석규·엄철준, “주식간 연결구조와 효율적 포트폴리오”, 금융공학연구, 한국금융공학회, 2006, 제5권 제2호.
- 홍형득, “과학기술정보 및 지식의 생산과 흐름분석을 위한 네트워크 분석”, 한국행정학보, 한국행정학회, 2006, 제40권 제1호.
- Boyer, Brian H, Gibson, Michael S, Loretan, Mico, “Pitfalls in tests for changes in correlations”, *International Finance Discussion Papers*, Board of Governors of the Federal Reserve System, 1997, Vol.597.
- Case, Karl E, Quigley, John M, Shiller, Robert J, “Home-buyers, Housing and the Macroeconomy”, *Berkeley Program on Housing and Urban Policy*, 2003.
- Case, Karl E, Shiller, Robert J, “The behavior of home buyers in boom and post-boom markets”, *New England Economic Review*, FRB of Boston, 1988, Nov.
- Coelho, Ricardo, et al, “The evolution of interdependence in world equity markets— Evidence from minimum spanning trees”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, Vol.376.
- Çukur, Sadik · Eryigit, Mehmet · Eryigit, Resul, “Cross correlations in an emerging market financial data”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, Vol.376.
- Longin, Francois·Solnik Bruno, “Extreme correlation of international equity markets”, *The Journal of Finance*, 2001, Vol.56, No.2.
- Longin, Francois·Solnik, Bruno, “Is the correlation in international equity returns constant: 1960 - 1990?”, *Journal of international money and finance*, 1995, Vol.14, No.1.
- Mantegna, Rosario N, “Hierarchical structure in financial markets”, *The European Physical Journal B*, 1999, Vol.11, No.1.
- Onnela, J.-P. · Chakraborti, A. · Kaski, K., Kertesz, J. · Kanto, A., “Dynamics of market correlations: Taxonomy and portfolio analysis”, *Physical Review E*, 2003, Vol.68.
- Plerou, V. · Gopikrishnan, P. · Rosenow, B. · Amaral, L. A. N. · Stanley, H. E., “Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series”, *Physical Review Letters*, 1999, Vol.83, No.7.
- Sieczka, Pawel·Holyst, Janusz A, “Correlations in commodity markets”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2009, Vol.388, No.8